



Kincs, ami nincs

Egy-egy téma bevezetésekor, vagy összefoglaláskor kedvelt típus feladat az igaz-hamis állítások sora. Első pillantásra egyszerű, de azok a galád tanárok folyton indoklást kérnek. Ez lehet egy példa, egy ellenpélda, vagy indoklás.

Mintapéldák

- 1.) A: Van olyan háromszög, aminek van szimmetriatengelye.
B: Van olyan háromszög, aminek van két szimmetriatengelye.
C: Van olyan háromszög, aminek pontosan két szimmetriatengelye van.
- A: *Igaz, lásd bármelyik egyenlőszárú háromszöget. Itt elegendő találni egy megfelelő háromszöget. (Ha nem találnánk, bizonyítani kellene, hogy az állítás hamis.)*
B: *Igaz, lásd szabályos háromszög.*
C: *Hamis, ilyen háromszög nem létezik. Azaz minden háromszög nem ilyen.*

De ezt hogyan lehet igazolni? Nem tudjuk az összes háromszöget lerajzolni. Itt egy összetettebb indoklásra van szükség. Azt állítjuk, hogy nincs olyan háromszög, aminek pont két szimmetriatengelye van. Ha van egy szimmetriatengely, akkor a háromszög két oldala azonos, azaz oldalai a , b , b . Ha van még egy szimmetriatengely, akkor valamelyik b oldal is lehet alap, azaz a másik két oldal egyforma hosszú, vagyis $a = b$. Ekkor viszont mindhárom oldal azonos hosszúságú, vagyis a háromszög szabályos, s ekkor három szimmetriatengely van.

- 2.) A: Van olyan páros szám, ami osztható hárommal.
B: Van olyan páros szám, ami osztható négyvel.
C: Van olyan négyvel osztható szám, ami nem osztható kettővel.
- A: *Igen, lásd 6.*
B: *Igen, lásd 4.*
C: *Hamis. Minden négyvel osztható szám páros. Ebben az esetben megint az a nehézség, hogy nem tudjuk az összes négyvel osztható számot felsorolni, itt is indoklásra van szükség.*

A négyvel osztható számokat másképp négy többszöröseinek is hívjuk, azaz mind egy egész szám négyszereseként írható föl, vagyis mind $4k$ alakú, ahol k egy egész számot jelöl. Mivel , vagyis ami k -nak négyszerese, az $2k$ -nak a duplája, azaz osztható kettővel.

Gyakorló feladatok

- 1.) Van olyan paralelogramma, aminek van szimmetriatengelye.
Van olyan paralelogramma, aminek van két szimmetriatengelye.
Van olyan paralelogramma, aminek van három szimmetriatengelye.
Van olyan paralelogramma, aminek pont három szimmetriatengelye van.
- 2.) Van olyan trapéz, ami paralelogramma.
Van olyan trapéz, ami deltoid.
Van olyan deltoid, ami nem trapéz.
Van olyan paralelogramma, ami nem trapéz.
- 3.) Van olyan 3-mal osztható szám, ami osztható 9-cel.
Van olyan 9-cel osztható szám, ami osztható 3-mal.
Van olyan 9-cel osztható szám, ami nem osztható 3-mal.
- 4.) Van olyan 4-gyel osztható szám, ami 2-re végződik.
Minden 4-gyel osztható szám 2-re végződik.
Van olyan 4-gyel osztható szám, ami 22-re végződik.

Kitűzött feladatok

- 1.) Van olyan trapéz, aminek van szimmetriatengelye.
Van olyan trapéz, aminek két szimmetriatengelye van.
Van olyan trapéz, aminek pontosan két szimmetriatengelye van.
Van olyan trapéz, aminek van 3 szimmetriatengelye.
Van olyan trapéz, aminek pontosan 3 szimmetriatengelye van.
- 2.) Van olyan rombusz, ami paralelogramma.
Van olyan paralelogramma, ami nem rombusz.
Van olyan paralelogramma, ami rombusz.
Van olyan rombusz, ami nem paralelogramma.
- 3.) Van olyan 25-tel osztható szám, aminek a két utolsó jegye 0.
Van olyan 9-cel osztható szám, aminek a két utolsó jegye 0.
Van olyan szám, aminek a két utolsó jegye 0, de nem osztható 9-cel.
Van olyan szám, aminek a két utolsó jegye 0, de nem osztható 25-tel.
- 4.) Tegyük fel, hogy van egy végtelen hosszú létránk, amiről a következőket tudjuk:
 - minden létrafokra rá van írva a sorszáma (a legelső az 1.)
 - minden létrafok vagy piros, vagy kék színű
 - ha piros fokon állunk, akkor felfelé az eggyel következő is piros lesz
 - az első létrafok kék, a 2013. piros színű

Igaz vagy hamis a következő két állítás? Válaszodat indokold!

Végtelen sok kék létrafok van.

Van olyan sorszámú létrafok, ami fölött ugyanolyan színű az összes fok.

Beküldési határidő:

2013. 12. 17.

Postai cím:

Észak-Pest Megyei Matematikai Tehetségfejlesztő Központ
2600 Vác, Németh L. u. 4-6.